

2013

# La enseñanza de las figuras y el lugar de las construcciones

Propuesta de Actividades de Enseñanza  
Primer año – Educación Secundaria

Ministerio de Educación – Chubut  
Matemática





La presente propuesta, ofrecida para su análisis y tratamiento en el marco del encuentro presentación del Diseño Curricular de Educación Secundaria - Versión preliminar (desarrollados en las localidades de Trelew y Puerto Madryn), forma parte del documento de cátedra “Las figuras: el lugar de las construcciones en su enseñanza”<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Cavallo, Liliana; Murugarren, Yudith; (2009) – Documento II – Propuesta de trabajo (6° grado) Articulación Primaria – Secundaria.



## ➤ *El estudio de las figuras*

Cabe preguntarnos ¿en qué pensamos cuando hablamos de figuras en este nivel de la enseñanza? ¿Qué significa estudiar figuras? ¿Reconocerlas, recordar sus nombres o clasificarlas? ¿Enunciar sus propiedades o usarlas para resolver problemas? Para los niños las figuras son tratadas esencialmente como dibujos, es decir que su reconocimiento está basado en la percepción y no se plantean relaciones que pueden ser generalizadas.

Muchos autores han hecho explícitas las diferencias entre dibujo y figura. Entre ellos Paizysz que expresa: *“la figura es el objeto geométrico descrito por el texto que la define, una idea, una creación del espíritu, en tanto que el dibujo es una representación de este objeto”*

El dibujo “muestra” relaciones vinculadas al objeto geométrico que el sujeto podrá identificar de acuerdo al caudal de conocimientos que posea. A medida que evolucionan las conceptualizaciones que los niños elaboran se tornan más observables en el dibujo las propiedades del objeto geométrico que ese dibujo representa.

Un dibujo no puede muchas veces representar todas las relaciones planteadas en un problema. Además ocurre que muchas veces los alumnos infieren del dibujo propiedades que no forman parte del objeto geométrico que están estudiando. Así por ejemplo, considerando la posición del dibujo con respecto a la hoja de papel, un cuadrado “torcido” deja de ser cuadrado. En síntesis, tener en cuenta la diferencia entre dibujo y figura resulta didácticamente útil para:

- Cuestionar el punto de vista según el cual la representación de un objeto geométrico permite “ver” todas las propiedades que lo caracterizan.
- Tomar conciencia de la imposibilidad de resumir en un dibujo todas las relaciones que caracterizan una situación
- Discriminar entre el conjunto de relaciones que se pueden inferir de un dibujo cuáles son propiedades del objeto que se representa y cuáles no.

Según Arsac. “la práctica geométrica es un ida y vuelta constante entre un texto y un dibujo”, es importante entonces que los alumnos tengan la oportunidad de vincular *textos que describen relaciones referidas a una figura* con los dibujos que la representan.

En el camino de evolución de las relaciones entre dibujo y figura irán evolucionando también las relaciones entre lo *experimental* y lo *anticipatorio*. Para poner en juego un *procedimiento anticipatorio* es necesario aprender a inferir a partir de los datos y con el apoyo de las propiedades, relaciones que no están explícitas en el



enunciado y que llevarán a establecer el carácter necesario de los resultados de manera independiente de la experiencia. Este aprendizaje es parte del trabajo en geometría.

Es importante que desde el proyecto de enseñanza los alumnos tengan oportunidad de enfrentarse con situaciones que les exijan hacer anticipaciones, tomar decisiones basadas en conocimientos geométricos, encontrar maneras de validarlas.

La resolución de problemas en la escuela permite desarrollar además (entre otras capacidades metodológicas): saber qué es lo que se busca; ser capaz de representarse la situación; ser capaz de movilizar y utilizar el recurso adecuado en el momento adecuado; ser capaz de guardar el registro de sus procedimientos, de organizarse, de planificar, de utilizar convenientemente la información de la que se dispone; arriesgar, probar, no tener miedo a equivocarse; poder formularse, comunicar el estado de su resolución; ser capaz de validar, defender su producción.

### ➤ ***Las construcciones como medio para conocer las figuras***

Una secuencia de actividades en torno de las construcciones de figuras favorecería la puesta en juego de algunas de las relaciones que las caracterizan. Pueden combinarse diferentes modalidades de construcciones: *dictado de figuras*, *copiado*, *construcción a partir de pedido de datos*, *construcción a partir de datos dados* y, dentro de cada modalidad se reconocen variables que permiten hacerla más o menos compleja.

Recordamos que, al hablar de *variables de una situación*, estamos considerando aquellos aspectos cuya modificación produce cambios en las estrategias de resolución de los alumnos y en su relación con las nociones puestas en juego.

Así al proponer la reproducción de figuras sobre diferentes papeles (lisos, cuadriculados, sobre una base de triángulos, punteados), se favorecerá que los alumnos atiendan las distintas propiedades de las mismas. Si se considera, por ejemplo, la reproducción de cuadrados y rectángulos sobre papel cuadriculado, puede ocurrir que en su construcción se atienda la congruencia o no de lados y las relaciones de paralelismo o perpendicularidad, sin que la construcción de los ángulos aparezca como una necesidad.

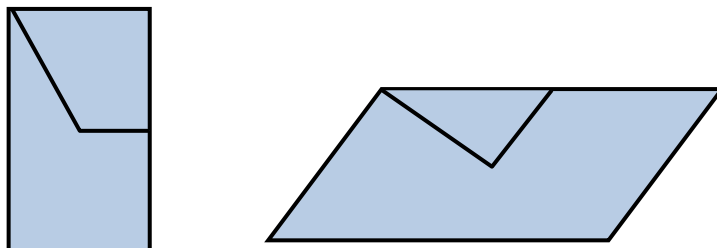
A continuación, y en este contexto, se propone una serie de actividades que permitirían “hacer objeto de estudio y tratamiento” las construcciones de figuras



## ➤ *Actividades para su implementación en el aula*

### .- **Actividad 1:**

Copiar los siguientes dibujos en papel liso, utilizando compás, regla y escuadra. ¿Cuál de los dos te resultó más fácil para copiarla? ¿Por qué?



.- Para considerar al momento de implementar la actividad:

**Copiar una figura** puede ser una manera de empezar a pensar en la misma, en términos de los elementos que la constituyen. La actividad no exige la explicitación de las relaciones. El dibujo se realiza teniendo presente el modelo y se trata de copiar un dibujo que el docente proporciona de manera que la copia pueda superponerse con el original entregado.

Si bien podría considerarse una actividad que exige un bajo nivel de anticipación, interesa proponerla porque se intentaría que los alumnos comiencen en el nivel perceptivo a identificar algunas de las relaciones que la constituyen.

Los útiles de geometría que se permiten para hacer el dibujo, el tipo de papel en el que se realizará (liso, con renglones, cuadriculado) son variables que modifican las exigencias que la situación representa para el alumno.

En la puesta en común es importante que los niños expliquen cómo hicieron para copiar la figura y luego poder plantear la reflexión respecto de diferentes estrategias utilizadas para realizar la copia (incluyendo el uso de los instrumentos seleccionados). Desde este lugar se favorecerá la comparación, apropiación y evolución de diferentes estrategias. También deberán validar las construcciones analizando si coinciden con las dadas.

Por ejemplo, en esta actividad se espera discutir sobre:

- *Las propiedades de las figuras que componen cada modelo, ángulos rectos o no, la igualdad y desigualdad de lados.*



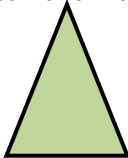
- *Trazado líneas adicionales para facilitar la construcción.*
- *Determinación de puntos medios.*
- *Trazado de rectas paralelas, perpendiculares, bases medias, diagonales.*
- *Formas e instrumentos utilizados para transportar ángulos y segmentos.*
- *Dificultades en la copia: si refieren, entre otras, a la falta de ángulos rectos, a que la base media considerada corresponde al lado oblicuo, a que la base media no corta perpendicularmente al lado,... (en el caso de la figura II, paralelogramo propiamente dicho).*

.- Otra variante: (que complejiza la situación) sería no tener el modelo presente.


La figura que se debe reproducir estará en un lugar, donde los niños irán a observar, analizar y tomar informaciones sobre la figura que luego deberán copiar. Para que la tarea sea realmente anticipatoria, es necesario evitar que la copien a “ojo” así los niños tendrán que pensar una forma de registrar para llevar la información que consideren necesaria en un solo viaje. Luego en la puesta en común se analizarán las dificultades que pudieron surgir y prever nuevas oportunidades para que los niños copien otros dibujos.

.- **Actividad 2:**

Completá la figura de la izquierda para obtener la forma de la derecha  
Registraré cómo lo hiciste



**A**



**B**

¿Qué tipo de triángulo será necesario construir a la izquierda para que la figura B sea un cuadrado? ¿Por qué?

.- Para considerar al momento de implementar la actividad:

Al igual que en la actividad anterior, importa destacar que los útiles de geometría que se permiten para hacer el dibujo, el tipo de papel en el que se realizará (liso, con renglones, cuadriculado) son variables que modifican las exigencias que la situación representa para el alumno.

En plenario, y a partir de las diferentes producciones de los alumnos, se podría reflexionar respecto de conceptos, propiedades y relaciones entre el triángulo y el rectángulo que los alumnos utilizarían para resolver. Se observaría, por ejemplo, que:

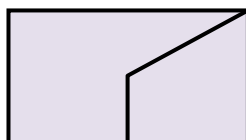
- *Se analiza la composición de una figura (rectángulo), a partir de otras (triángulos isósceles).*



- Si se rota el triángulo dado, este es una de las partes que se forma cuando se trazan las diagonales del rectángulo.
- Los lados congruentes o iguales del triángulo forman parte de las diagonales del rectángulo y su medida es la mitad de las mismas.
- El lado no congruente del triángulo es uno de los lados del rectángulo.
- Trazando una perpendicular en uno o en los dos vértices del lado no congruente, visualiza el rectángulo a construir.
- Puede encontrar un triángulo simétrico al dado, visualizando así el rectángulo.
- Independientemente de que la figura a construir sea rectángulo o cuadrado, los triángulos que la componen son isósceles. En el caso del cuadrado los mismos son los cuatro congruentes o iguales y son triángulos rectángulos

.- **Actividad 3:**

Ana tiene que explicar por teléfono a su compañera María Pía cómo construir una figura como la siguiente:



.- Para considerar al momento de implementar la actividad:

La **producción de mensajes** logra ser una actividad geométrica anticipatoria que da lugar a la elaboración de propiedades y se diferencia del **copiado** por **exigir** la explicitación de las mismas. En síntesis, la **producción de mensajes** debe permitir reproducir dibujos que coincidan (al superponerlos) con el modelo original, dar lugar a una única figura y contener la cantidad mínima de informaciones.

Aquí la experimentación también sirve para controlar los resultados, pero ese control pone muchas veces en cuestión las conceptualizaciones de los alumnos dando lugar a nuevas elaboraciones y por lo tanto a anticipaciones más ajustadas. Es probable que al principio estos mensajes contengan información excesiva, innecesaria o insuficiente, por eso deberán plantearse más de una actividad de este tipo que permitirá hacer evolucionar la construcción de los mismos.



Al igual que en las actividades anteriores, se resalta que los útiles de geometría que se permiten para hacer el dibujo, el tipo de papel en el que se realizará (liso, con renglones, cuadriculado) son variables que modifican las exigencias que la situación representa para el alumno.

Particularmente, y volviendo a la actividad dada, ésta se propone como un juego de comunicación en el que cada alumno plantea y escribe un texto “tipo instructivo” con todas las informaciones que considera necesarias para que otro dibuje la figura que *se pasa* por teléfono.

En plenario, y a partir de las diferentes producciones de los alumnos, se podría reflexionar respecto de lo que significa describir una figura a través de un texto, más allá de la *imagen perceptiva*, para encontrar cuáles son los elementos de la figura y cómo los relacionan para resolver. Así se discutiría por ejemplo, respecto de la conveniencia de:

- *Identificar una figura “inicial”; y su posición en el papel (apoyado sobre su largo...), nombrando los vértices con letras.*
- *Indicar la utilización del compás para trasladar segmentos, luego de identificar el punto medio de la base del rectángulo*
- *Determinadas “instrucciones” para describir y redactar relaciones, propiedades que identifican a los **dos segmentos restantes**. Así por ejemplo: identificar el punto medio de la base del rectángulo; a partir de dicho punto medio trazar una perpendicular a ... Otra: podría trazar **una de las diagonales** del rectángulo, identificando su punto medio, luego describir el trazado de la perpendicular a la base a partir de dicho punto... Así en la confrontación se podrá discutir, por ejemplo, cuál de las dos diagonales del rectángulo hay que construir, indicando la posición relativa de esta respecto de la configuración.  
Esto es: considerar plantearle condiciones a la diagonal para asegurar que podrán superponerse y coincidir (mostrando la misma “cara”).*
- *Reconocer dos figuras, **un rectángulo** y **un trapecio rectángulo** inscripto en él, debería discutirse acerca de las relaciones entre los lados de ambas, diferenciando las necesarias y suficientes, (invitando a analizar cuáles estarían ya contenidas por la anterior), además de las dimensiones que los caractericen. Por ejemplo: el trapecio rectángulo “inscripto” de manera que su base mayor coincide con el ancho del rectángulo... Q: El trapecio rectángulo “inscripto” de manera que el ángulo recto coincide...  
En estos casos: considerar que las relaciones entre los elementos de ambas figuras (rectángulo y trapecio rectángulo) se explicitarán finalmente de manera concordante con los datos necesarios y suficientes para construir un trapecio rectángulo, considerando sus particularidades (un par de lados paralelos: base mayor y base menor, un par de ángulos*





*rectos: los adyacentes comprendidos entre ambas bases, y la altura: lado adyacente común a ambos ángulos rectos)*

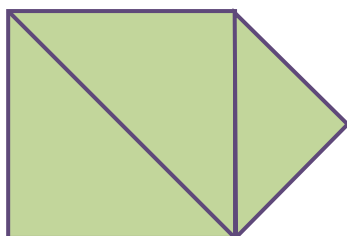
Luego en la puesta en común se analizarán las dificultades que pudieron surgir y prever nuevas oportunidades para producir nuevos mensajes, identificando los procedimientos más seguros, los más económicos, es decir, aquellos que se realizan con menos pasos.

Desde el punto de vista didáctico esta actividad cumple con un doble objetivo: que los alumnos busquen nuevas relaciones para caracterizar la figura y que pongan en juego las concepciones que tienen en relación con esa figura. Así da lugar a que se manifiesten concepciones erróneas, parciales o restringidas que como docentes no se conocería de otra manera y, por tanto, no se podría promover la discusión entre los alumnos.

“...En general **las construcciones constituyen un medio de enseñanza** en cuanto pueden constituirse en problemas para los cuales es preciso que los alumnos elaboren y pongan en juego conocimientos geométricos, adoptando una concepción de enseñanza de la matemática según la cual los niños aprenden a través de la resolución de problemas que le exijan tanto usar sus conocimientos como elaborar nuevos”<sup>2</sup>.

### ➤ **Propuesta de otras actividades**

(A).- Escribí las instrucciones para que un compañero logre realizar la siguiente figura:

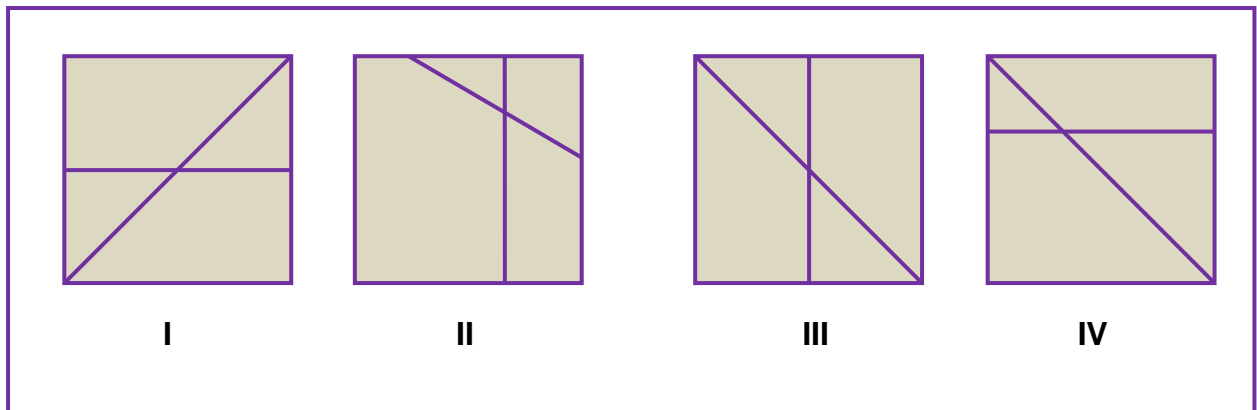


---

<sup>2</sup> Documento de Actualización Curricular "La enseñanza de la geometría en el Segundo ciclo" – GCBA (1998)



(B).– Marcos, Esteban y Luciana trabajan con la siguiente plantilla:



Marcos elige la figura III, y escribe las siguientes pistas para que sus compañeros la identifiquen:

- Es un cuadrado.
- Tiene dos líneas que lo atraviesan en su interior.
- Una línea del interior no es paralela a los lados y la otra sí.

Luciana y Esteban no pueden decidir qué figura es y le dicen a Marcos que tiene que dar más pistas. ¿Por qué crees que Luciana y Esteban necesitan más datos y cuáles serían? Justifica (valida la respuesta dibujando la figura).

(C).– Completá la figura 1 para que obtener la figura 2 de la izquierda. Explica cómo lo hiciste.

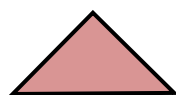


Fig. 1

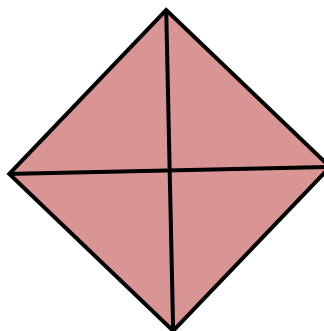


Fig. 2

(D).– En la caja de juegos se mezcló todo. Hay ocho figuras y seis mensajes. Hay que encontrar cuál es el mensaje que corresponde a cada figura.

*MENSAJE 1:* Trazar un segmento AB de 2 cm de longitud. Trazar un segmento AC perpendicular a AB, de 2 cm de longitud. Trazar un segmento BD perpendicular a AB, de 2 cm de longitud. Unir C con D.

*MENSAJE 2:* Dibujar un cuadrado de 1 cm de lado. Sobre cada lado del cuadrado, construir otro cuadrado (borrar los lados del primer cuadrado).

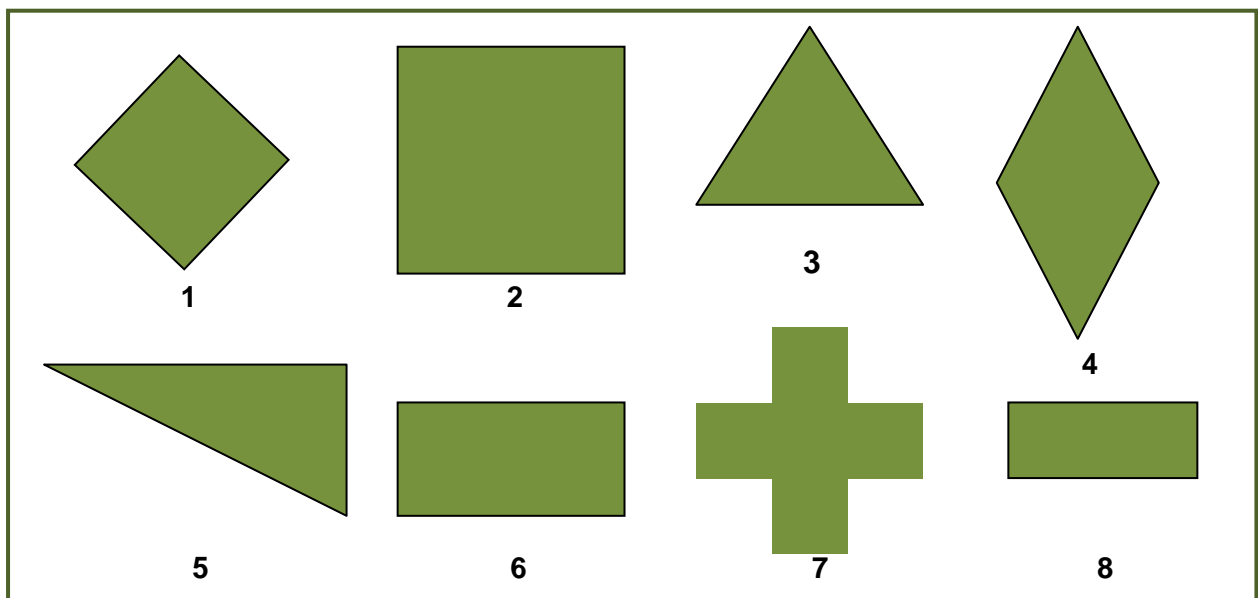


**MENSAJE 3:** Trazar un segmento AB de 4 cm de longitud; trazar un segmento AC perpendicular a AB de 2 cm de longitud. Unir C con B.

**MENSAJE 4:** Trazar un segmento AB de 3 cm de longitud; trazar un arco de círculo con centro en A, de 3 cm de radio. Debajo de AB, trazar un arco de círculo con centro en B, de 3 cm de radio, debajo de AB, que corte al primer arco C. Unir A con C, B con C.

**MENSAJE 5:** Trazar un segmento AB de 2 cm de longitud, marcar el punto medio O de AB, trazar la perpendicular a AB que pasa por O, ubicar C y D sobre esta perpendicular de un lado y del otro de O a 2 cm de O. Unir A con C, B con C, B con D, D con A.

**MENSAJE 6:** Trazar un segmento AB de 3 cm de longitud, trazar un segmento AC perpendicular a AB de 1,5 cm de longitud, trazar un segmento BD perpendicular a AB de 1,5 cm de longitud colocando el punto D del mismo lado que C con respecto a AB. Finalmente, unir C y D.



**(E).**– Cada grupo recibe un mensaje de otro y tiene que dibujar la figura de acuerdo con la descripción recibida.

**a.** Uno de los grupos recibe este mensaje:

“Soy un cuadrilátero con diagonales iguales y lados no congruentes”.

¿Qué figura dibujarían?

¿Piensan que hay una única solución? Discutan y escriban sus conclusiones.

**b.** Otro de los mensajes es: “Soy un cuadrilátero con lados iguales”.

¿Qué figura dibujarían ustedes?

¿Piensan que hay una única solución? Discutan y escriban sus conclusiones.



## ➤ **Bibliografía**

- AGRASAR, M. y otros (Coord.); MURUGARREN, Y., VÍRGOLA, O.; (2007); “NAP Matemática. Segundo Ciclo EGB / Nivel Primario 6. Serie Cuadernos para el aula”. Bs. As. Ministerio de Educación.
- AGRASAR, M., CHARA, S. y CHEMELLO, G. (Coord.); (2007). ANZORENA, S. y OTROS; “NAP Matemática 4. Segundo Ciclo EGB / Nivel Primario”. Cuadernos para el aula. Bs. As. Ministerio de Educación.
- BRESSAN, A. y otros: (2005) “Reflexiones teóricas para la educación Matemática. Los principios de la Educación Matemática realista”. El Zorzal. Buenos Aires
- BROITMAN C. e ITZCOVICH, H: (2002) “El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos. Buenos Aires. Novedades Educativas.
- CHARNAY, R. (1994), “Enseñar matemática a través de la resolución de problemas” en: PARRA, C. y SAIZ, I. (comp.) (1994), Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidós. Buenos Aires.
- CHEMELLO, G. (COORD.), HANFLING, M. y MACHIUNAS, V. (2001), El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 2 (material para docentes y recortable para alumnos), Buenos Aires, Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (también en Internet).
- ITZCOVICH, Horacio: (2005) “Iniciación al estudio Didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones”. Ed: El Zorzal. Buenos Aires.
- PANIZZA, Mabel: (2005) Razonar y conocer. El Zorzal. Buenos Aires.
- PANIZZA, Mabel: “Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la matemática. Conceptos básicos de la teoría de las situaciones Didácticas” en: PANIZZA, M. (comp.) (2003). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y en el Primer Ciclo de EGB*. Paidós. Buenos Aires.
- PARRA, C.; SAIZ, I. (comps.), Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones, Buenos Aires, Paidós.
- SADOVSKY, P., PARRA, C., ITZCOVICH, H, BROITMAN. C. (1998), Matemática. La enseñanza de la geometría en el Segundo Ciclo. Documento de trabajo N° 5. Subsecretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires, Dirección de Currícula (también disponible en Internet).
- Propuestas para el aula. Material para docentes. Matemática EGB 2. Juegos en Matemática EGB 2. El juego como recurso para aprender (material para alumnos). Subsecretaría de Educación Básica, Ministerio de Educación.
- La enseñanza de la geometría en la EGB.  
En: <http://abc.gov.ar/LaInstitucion/SistemaEducativo/EGB/default.cfm>
- Matemática. Documento de trabajo N° 5. Actualización curricular, 1998.  
En: <http://www.buenosaires.gov.ar/educacion/docentes/planeamiento/primaria.php>
- Enseñar Geometría en el 1° y 2° Ciclo. Diálogos de la capacitación.  
En: <http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/geometria.pdf>